CALCUL
ET RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE
Formation de base en mathématiques pour adultes

Chapitre 3
Addition — Soustraction

D'après Michel TISSIER, Alain PARMENTIER et Michel COURTAULT, *Calcul et raisonnement mathématique*, Paris, CLAP, 1979.

Retranscrit et actualisé par le Groupe de Travail Maths de Lire et Écrire en Communauté Française, juin 2011[1]

Avec le soutien de

[1] Avec la collaboration d'Eric Vilquin pour la mise en page

Explication de la démarche

Mis en place à l'initiative de Lire et Écrire en Communauté Française, le Groupe de Travail Mathématiques, qui réunit des travailleurs de l'alpha issus de diverses associations de Bruxelles et de Wallonie, poursuit les objectifs suivants :

- Approfondir la réflexion méthodologique sur les questions liées au développement des mathématiques, pour les personnes analphabètes, et plus particulièrement les demandeurs d'emploi.
- Rassembler, améliorer, créer des outils/démarches cohérent-e-s avec nos orientations politico-pédagogiques, nos objectifs d'EP et d'ISP, et incluant les dimensions interculturelles et du vivre-ensemble.
- Construire un parcours de formation et développer les formations de formateurs pour que ceux-ci puissent travailler les mathématiques dans les dispositifs de formation.
- Former des 'formateurs et conseillers pédagogiques relais/ressources pour les mathématiques' – un par locale/régionale.

En ce qui concerne plus particulièrement le deuxième objectif, nous avons choisi de réaliser un travail de réactualisation de la production du CLAP, assez ancienne certes, mais dont certaines propositions nous semblaient intéressantes dans le cadre de nos réflexions mathématiques.

Il convient de préciser que toutes les propositions méthodologiques du CLAP ne nous ont pas totalement convaincus. Cependant, à l'heure d'aujourd'hui, nous estimons qu'il s'agit d'un outil à la fois méthodologique et réflexif, présentant une structure intéressante et constituant une base de travail pour des formateurs souhaitant aborder les mathématiques avec des groupes d'alpha.

Dans les pages qui suivent, vous trouverez une retranscription du chapitre consacré aux additions et soustractions. Plusieurs raisons expliquent cette retranscription :

— Ce livre est épuisé et ne peut donc plus être acheté.
— La présentation originale, très compacte, n'est pas très attirante. C'est pourquoi nous avons choisi de la retranscrire de manière plus aérée.
— La version originale nécessitait d'être actualisée et « belgicisée » : les problèmes parlent de francs français, etc. Ces modifications ont été faites en couleur afin de bien les mettre en évidence.
— Enfin, cette retranscription nous permet de faire des remarques, des suggestions, des réflexions, des ajouts aux propositions méthodologiques du CLAP. Ces commentaires apparaîtront dans un cadre bien identifié afin de distinguer qui dit quoi.

<u>GT Maths</u> :	**Attention, avant tout travail sur les opérations et le calcul mental ou écrit, le système de numération doit avoir été travaillé.**

Chapitre 3

ADDITION — SOUSTRACTION

3.1. — LES ACQUIS, LES DIFFICULTES, LES OBJECTIFS

Les apprenants qui ne sont pas passés par l'école[2] mettent en œuvre des méthodes empiriques leur permettant de faire face à des situations quotidiennes simples. Ils peuvent répondre à des questions comme :

> *Tu as 4 enfants, ton ami en a 3, cela fait combien en tout ?*
> *Nous sommes 9 dans cette pièce. 3 personnes sortent. Nous sommes combien maintenant ?*

Beaucoup répondent même sans difficulté à des questions plus complexes, par exemple :

> *Un camion a 120 caisses le matin. Il lui en reste 37 le soir. Combien a-t-il livré de caisses dans la journée ?*

Ce système empirique (basé sur l'expérience) présente les caractéristiques suivantes :

— Il n'est possible qu'avec des petits nombres. Cela est naturellement variable selon les apprenants. Certains ne dépassent guère 50, d'autres peuvent utiliser des nombres comportant des centaines.
— Il résout les opérations par étapes successives :
  - pour ajouter 15 et 23, un apprenant procède ainsi : 15 et 20, ça fait 35 ; 35 et 3, 38.
  - pour enlever 27 à 43 : 43 moins 20, il reste 23 ; 23 moins 7, 16.

La soustraction n'est pratiquée que dans les situations où on enlève quelque chose. Dans les autres cas, c'est une addition qui est pratiquée, un peu comme lorsqu'on rend la monnaie. Par exemple, pour le problème du camion posé plus haut, un apprenant procède ainsi :

> de 37 à 40, ça fait 3
> de 40 à 100, ça fait 60
> de 100 à 120, ça fait 20
> en tout, ça fait 83 caisses.

---

2. — **<u>GT Maths</u>** : Cfr la distinction faite par les auteurs dans l'introduction.

On voit donc que, parmi les acquis, certains sont des aides pour un apprentissage ultérieur, en particulier le calcul mental, d'autres constitueront plutôt des obstacles, en particulier l'habitude de procéder par additions successives et non par soustraction. De toute façon, on ne peut qu'en tenir compte dans la démarche pédagogique.

Les apprenants peu scolarisés ont tendance à utiliser quotidiennement le même système empirique. Ils ont du mal à recourir aux opérations écrites qu'ils savent faire. Face à des grands nombres, ils sauront souvent poser l'opération si la situation correspond à un modèle classique : je fais plusieurs achats, je fais une addition pour savoir combien je paie. J'avais telle somme dans mon porte-monnaie, je dépense tant, je fais une soustraction pour savoir combien il reste.

Mais dès que les situations sortent du cadre habituel, ils ne savent plus quelle opération effectuer, ils attendent que le formateur l'indique ou ils font un peu n'importe quoi. Par exemple, si l'on demande combien de kilomètres ont été faits entre deux relevés d'un compteur de voiture, ou quelle somme il y avait sur un compte en banque avant un retrait en connaissant le montant du compte actuel.

C'est donc là la difficulté principale : savoir utiliser l'addition et la soustraction dans **toutes les situations** où elles servent à résoudre un problème.

Une autre difficulté vient d'erreurs commises pour effectuer les calculs. Ces erreurs sont dues généralement à une mauvaise disposition, à une mauvaise lecture du signe, à des fautes de calcul mental.

Conformément à nos objectifs généraux, nous définissons donc ainsi les objectifs de ce chapitre :

Maîtriser l'outil addition-soustraction : être à l'aise dans les mécanismes opératoires (« calculatoires »), connaître les propriétés de ces opérations.
Être capable d'utiliser cet outil dans <u>toutes</u> les situations où il est nécessaire.

3.2. — LES SITUATIONS CORRESPONDANT A L'ADDITION ET A LA SOUSTRACTION (préalable destiné au formateur)

Le tableau que nous allons présenter répond d'abord à un problème pédagogique. Constatant que souvent les apprenants ne savent pas quelle opération poser, nous avons essayé de déterminer les principaux types de problèmes.

Il y a généralement amalgame chez les apprenants entre faire le total et l'addition, chercher le reste et la soustraction. Cela est souvent dû à la présentation qui leur a été faite par les formateurs.

Pour éviter cet amalgame, nous distinguerons situation et opération. Un exemple suffira à illustrer cette distinction :

J'avais 50 € sur mon compte, j'y verse 40 €, j'ai maintenant 90 €.

Voilà une situation. C'est une situation où l'on ajoute, où le compte augmente. Pourtant, un des problèmes correspondant à cette situation est le suivant :

J'ai versé 40 € sur mon compte et j'ai maintenant 90 €. Combien j'avais auparavant ?

Pour résoudre ce problème, il faut faire une soustraction.

Si l'on a appris au apprenant qu'il faut faire une addition chaque fois qu'on ajoute, on peut prévoir qu'il se trompera pour résoudre notre problème.

Nous allons présenter un tableau des principaux types de situations avec le langage ordinaire souvent utilisé pour les présenter. Ces situations sont toujours à trois termes. Un problème consiste à donner deux termes pour faire trouver le troisième. À chaque situation correspondent donc trois problèmes, que nous indiquerons à chaque fois. Deux de ces problèmes sont résolus à l'aide d'une soustraction, le troisième à l'aide d'une addition. Cela justifie naturellement l'étude simultanée de ces deux opérations.

<u>GT Maths</u> : Dans *Comptes pour petits et grands*, Stella Baruk propose néanmoins de travailler d'abord ensemble addition et multiplication.

Cette classification n'a pas de prétention scientifique. On pourra hésiter à classer une situation dans telle catégorie ou telle autre. Elle reste cependant utile :

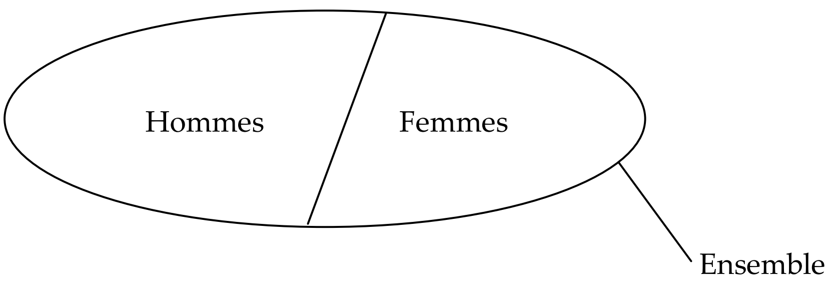
— pour montrer les trois problèmes possibles face à une situation,
— pour traiter, en relation avec le langage correspondant, les principaux types de problèmes qui peuvent se présenter.

Elle est donc un guide pour le formateur afin d'atteindre l'objectif : savoir utiliser l'outil dans toutes les situations où il est nécessaire de l'employer.

3.2.1. — 1er type : réunion de deux parties situées sur le même plan

Exemple. *Dans une entreprise de 953 salariés, il y a 532 hommes et 421 femmes*.

Schématisation possible :



Problème 1.1. *Dans une entreprise, il y a 532 hommes et 421 femmes. Il y a combien de salariés en tout ?*

L'opération correspondante est l'addition.

Problème 1.2. Il y a deux problèmes possibles, qui sont exactement symétriques :
— *Dans une entreprise de 953 salariés, il y a 532 hommes ; il y a combien de femmes ?*
— *Dans une entreprise de 953 salariés, il y a 421 femmes ; il y a combien d'hommes ?*

L'opération correspondante est la soustraction.

Autres situations semblables

De Liège à Namur il y a 67 km. De Namur à Tournai, il y a 130 km. De Liège à Tournai, il y a 197 km.
Salaire du mari + salaire de la femme = salaire du ménage.
Longueur + largeur = demi-périmètre.
Du 7 février au 18 mars, il y a 22 + 18 = 40 jours.
Votants + abstentions = inscrits.

Remarque. Dans notre présentation des situations, nous utilisons l'addition. Mais il y a toujours un problème de soustraction possible. Par exemple :

Dans un ménage, le mari gagne 1 723 €. Le salaire du ménage est de 2 986 €. Quel est le salaire de la femme ?

Langage correspondant

Réunir, mettre ensemble
En tout, seulement, chaque
Le total, l'ensemble, la partie
Avec, sans.

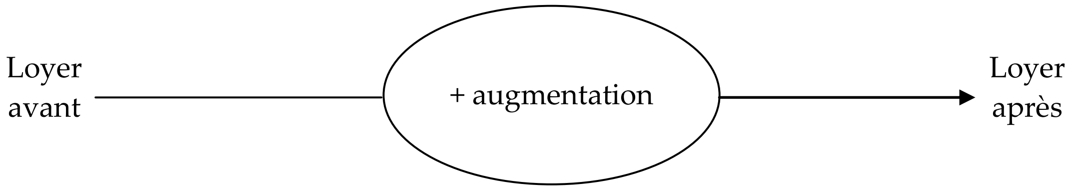
3.2.2. — 2ᵉ type : augmentation ou ajout

Exemple. *Mon loyer était de 450 €. Il y a une augmentation de 70 €. Le nouveau loyer est de 520 €.*

Il y a ici un ordre chronologique. L'ancien loyer précède l'augmentation. Ainsi, les deux termes de l'addition ne sont pas interchangeables dans la situation : les 70 € s'ajoutent aux 450 € et non l'inverse. Bien sûr, le résultat est identique puisque l'addition est commutative, mais la situation, elle, ne l'est pas.

Dans le premier type de situation, au contraire, on pourrait indifféremment commencer par les hommes ou par les femmes. Cette différence peut sembler subtile et négligeable. Pourtant, on constate que les apprenants ont des difficultés pour résoudre le problème où on cherche l'ancien loyer connaissant l'augmentation et le nouveau loyer. Ils ne pensent pas spontanément à recourir à une soustraction. Ils y pensent beaucoup plus facilement dans l'exemple précédent, quand il s'agit de trouver le nombre de femmes connaissant le total et le nombre d'hommes. Cette différence se traduit par une schématisation différente.

Schématisation possible :



Problème 2.1. *Mon loyer était de 450 €. Il augmente de 70 €. Combien je paie maintenant ?*

L'opération correspondante est l'addition.

Problème 2.2. *Mon loyer a augmenté de 70 €. Je paie maintenant 520 €. Combien je payais avant ?*

L'opération correspondante est la soustraction.

Problème 2.3. *Avant, je payais 450 € de loyer. Maintenant, je paye 520 €. Mon loyer a augmenté de combien ?*

L'opération correspondante est la soustraction.

<u>GT Maths</u> : **Il est important de varier les situations et d'écrire de diverses façons une même situation, afin de faire appel à des opérations différentes. Or, quand on est formateur, on a tendance à proposer le même type de situation.**

Autres situations semblables

Les augmentations : salaires, prix, population, température, poids et taille
Les compteurs : gaz, électricité, distance kilométrique
Âge : année de naissance + âge = année de mort ou date actuelle
Heure de départ + temps passé = heure d'arrivée
TVA, pourboire, service, charges locatives, frais de port.

Langage correspondant

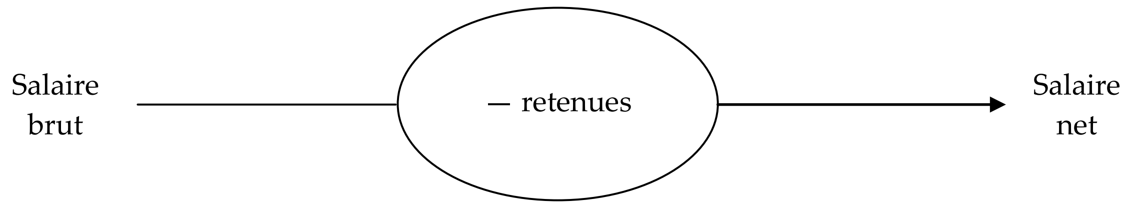
Ajouter, s'ajouter à
Augmentation, augmenter de
Accroissement, allongement, s'allonger de
Avec/sans, y compris/non compris, inclus/exclu
Avant/après, au début/à la fin, antérieur/postérieur
Les oppositions de temps.

3.2.3. — 3e type : diminution ou retrait

Exemple. *Sur un salaire brut de 2 515 €, on retient 304 € pour les charges sociales. Le salaire net est de 2 211 €.*

Les situations de ce type sont symétriques de celles du 2e type. Elles ont d'ailleurs la même schématisation.

Schématisation possible



Problème 3.1. *Trouver le salaire net connaissant le salaire brut et les retenues.*

L'opération correspondante est la soustraction.

Problème 3.2. *Trouver le salaire brut connaissant les retenues et le salaire net.*

L'opération correspondante est l'addition.

Problème 3.3. *Trouver les retenues, connaissant le salaire net et le salaire brut.*

L'opération correspondante est la soustraction.

Autres situations semblables

Les diminutions : prix, pouvoir d'achat, population, température, poids, stocks qui se vident
Compte en banque débité
Porte-monnaie avant et après les courses
Prix des médicaments — remboursement par la Sécurité Sociale = coût réel.

Remarque. Dans certaines situations, il peut y avoir soit augmentation, soit diminution. Les problèmes de types 2.3 et 3.3 sont alors les mêmes, mais il faut d'abord réfléchir pour savoir s'il y a eu augmentation ou diminution. C'est le cas notamment pour les prix, la population, la température, le compte en banque, etc.

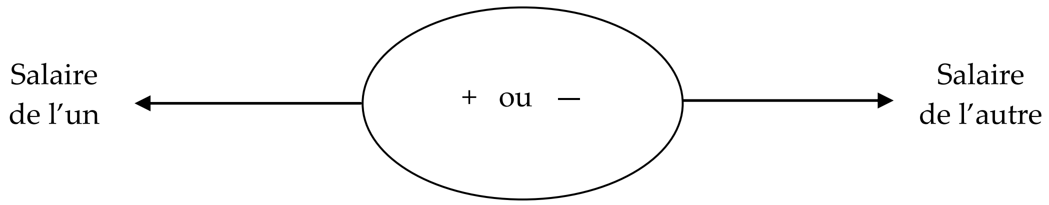
Langage correspondant

Enlever, éliminer, retirer, supprimer
Le reste, il reste…
Diminuer de…, diminution
Réduit, réduction.

3.2.4. — 4e type : Les comparaisons

Exemple. *Rémi gagne 2 400 €. Il gagne 700 € de moins qu'Alain (ou Alain gagne 700 € de plus que lui). Alain gagne 3 100 €.*

Schématisation possible



La spécificité de ce type de situation par rapport aux deux précédentes, c'est que la situation n'impose pas un ordre. On peut commencer par l'un ou par l'autre, on a le choix entre — et +.

Problème 4.1. Il y a deux formulations possibles :
— *Rémi gagne 2 400 €. Alain gagne 700 € de plus que lui. Combien gagne-t-il ?*
— *Alain gagne 3 100 €. Rémi gagne 700 € de moins que lui. Combien gagne-t-il ?*

Suivant le cas, l'opération correspondante est une addition ou une soustraction.

Problème 4.2. Il y a deux formulations possibles :
— *Rémi gagne 2 400 €. Il gagne 700 € de moins qu'Alain. Combien gagne Alain ?*
— *Alain gagne 3 100 €. Il gagne 700 € de plus que Rémi. Combien gagne Rémi ?*

Dans les deux cas, il faut faire l'opération inverse du langage utilisé.

Problème 4.3. *Rémi gagne 2 400 €, Alain gagne 3 100 € :*
— *Quelle est leur différence de salaire ?*
— *Rémi gagne combien de moins qu'Alain ?*
— *Alain gagne combien de plus que Rémi ?*

L'opération correspondante est toujours une soustraction.

Autres situations semblables

Comparer des âges, des populations, des revenus, des distances, etc.

Il y a un cas particulier intéressant quand on compare une réalité avec une hypothèse. Par exemple, avec une somme disponible, combien il manque ou combien il y a en trop pour acheter quelque chose.

Langage correspondant

De plus, combien de plus ?
De moins, combien de moins ?
Différence, quelle est la différence ?
Il manque, combien est-ce qu'il manque ?
En trop.

GT Maths : **On retrouve ici le sens mathématique de la soustraction comme recherche de « différence ». Les quatre types peuvent d'ailleurs s'envisager comme tels. Il peut être intéressant de relever cela lorsque le quatrième type est bien compris.**

3.2.5. — *Progression dans les difficultés*

On peut considérer comme simples les problèmes où le langage employé pour décrire la situation correspond à l'opération qu'il faut effectuer. Au contraire, les problèmes difficiles sont ceux où le langage ne correspond pas à l'opération.

Prenons un exemple parmi les situations du 2e type, celui du compteur kilométrique.

> Problème 2.1. *Au départ, mon compteur marque 1 325 km. Je fais 212 km. Combien marque le compteur à l'arrivée ?*

Le problème est simple. En effet, on dit que les kilomètres s'ajoutent et il faut faire une addition. Langage et opération coïncident.

> Problème 2.2. *Je fais 212 km et à l'arrivée mon compteur marque 1 537 km. Combien marquait le compteur au départ ?*

Le problème est difficile, car les kilomètres se sont ajoutés, mais l'opération est une soustraction. Il faut en quelque sorte remonter la situation à l'envers.

Selon ce critère, on peut dégager la progression suivante dans la difficulté des problèmes :

- Problèmes simples : 1.1 2.1 3.1 4.1
- Problèmes plus difficiles : 1.2 2.3 3.3 4.3
- Problèmes très difficiles : 2.2 3.2

3.3. — DEMARCHE GENERALE

Elle repose sur deux principes :

- Présenter d'abord des problèmes simples, que les apprenants peuvent résoudre mentalement, pour passer ensuite à une systématisation écrite.
- Tenir compte de la diversité des types de situations et de la difficulté croissante des problèmes, telle que nous l'avons définie ci-dessus.

Nous vous proposons les phases suivantes :

(1) Introduire l'addition dans des problèmes oraux simples : 1.1 2.1 4.1

(2) Introduire la soustraction dans des problèmes oraux simples : 3.1 4.1

(3) Reprendre des problèmes simples d'addition et de soustraction avec des nombres plus difficiles : 1.2 2.3 3.3 4.3

(4) Introduire à l'oral les problèmes plus difficiles : 1.2 2.3 3.3 4.3

(5) Reprendre ces problèmes plus difficiles à l'écrit

(6) Introduire à l'oral les problèmes très difficiles : 2.2 3.2

(7) Reprendre à l'écrit ces problèmes très difficiles

(8) Travailler le lien entre les trois types de problèmes

Entraînement au calcul mental

Étude des mécanismes écrits

(9) Difficultés particulières :
  (9a) La commutativité
  (9b) Enchaîner les opérations
  (9c) Tableaux de nombres
  (9d) Ensembles ayant une intersection
  (9e) Nombres complexes

Pour les débutants, on suit l'ensemble de la démarche, les phases 1 et 2 étant travaillées en même temps que la numération.

Avec les faux débutants, on partira plutôt des problèmes plus difficiles (phase 4) et on insistera sur le lien entre les problèmes (phase 8).

Avec les avancés, on peut revoir la phase 8 et traiter les difficultés particulières (phase 9).

Nous allons maintenant reprendre de manière détaillée chacune des phases.

3.4. — INTRODUIRE L'ADDITION ET LA SOUSTRACTION (PHASES 1 ET 2)

A. — **On propose des problèmes oraux** correspondant à des situations d'addition et de soustraction. Ces problèmes doivent pouvoir être résolus sans recourir au calcul écrit. Ils portent donc sur des nombres simples. Il convient cependant de recourir aux acquis en calcul mental et donc d'utiliser les nombres les plus grands possibles en fonction des capacités du groupe.

On travaille à cette occasion le langage correspondant à chaque situation et dont nous avons donné une liste dans les sections précédentes.

La méthode de travail est celle utilisée pour l'oral. Le formateur propose, par exemple, la situation suivante :

> *Serge gagne 2 400 € par mois. Frédéric gagne 300 € de plus que lui. Frédéric gagne combien ?*

Il répète ces phrases deux ou trois fois en veillant à ne pas changer les mots. Il vérifie la compréhension en posant des questions. Il demande ensuite aux apprenants de retrouver ce qu'il a dit : les éléments de la situation et la question. Il n'exige pas alors de retrouver mot à mot ses phrases. Mais celles-ci doivent comporter tous les éléments d'information et être en français courant.

Si le formateur estime importante telle ou telle expression, il demande aux apprenants de la retrouver.

Naturellement, les apprenants ont tendance à se contenter de donner la réponse. Le formateur doit insister pour que le travail oral se fasse tout de même. C'est en effet une condition pour comprendre par la suite des problèmes plus compliqués.

Le formateur reprend alors une situation de même type en changeant seulement les noms et les nombres. Il suit une démarche semblable. Il faut arriver à ce que les apprenants puissent finalement formuler d'eux-mêmes un problème avec des noms et des nombres de leur choix.

Les réponses sont toujours données dans une phrase.

Pour travailler le langage nous proposons aussi la **Fiche 1**.

Fiche 1 : consignes pour le formateur

Chaque apprenant a le modèle constitué par la Fiche 1.

Sur une autre feuille quadrillée, il reprend chaque ligne en appliquant les consignes suivantes données oralement ou par écrit selon les groupes :

1. Ajouter 4 carreaux
2. Enlever 1 carreau
3. Ajouter 6 carreaux
4. Enlever 3 carreaux
5. Augmenter de 4 carreaux
6. Diminuer de 6 carreaux
7. Augmenter de 7 carreaux
8. Diminuer de 6 carreaux
9. Mettre 4 carreaux en plus
10. Mettre 3 carreaux en moins
11. Mettre autant de carreaux
12. Ajouter 5 carreaux
13. Diminuer de 7 carreaux
14. Mettre 5 carreaux de moins
15. Mettre 8 carreaux de plus
16. Enlever 4 carreaux
17. Augmenter de 10 carreaux
18. Mettre ensemble le 17 et le 18
19. Enlever 2 carreaux
20. Mettre 4 carreaux de plus.

<u>GT Maths</u> : **D'autres types de manipulations pour faire comprendre ce qu'est une addition ou une soustraction peuvent être intéressants : les allumettes, le matériel « base 10 », etc.**

Remarque. Selon le groupe, on peut aussi employer le vocabulaire suivant : *retenir, supprimer, réduire*.

<u>GT Maths</u> : **Attention, cependant, à ne pas vouloir aborder trop de vocabulaire en même temps, notamment avec des apprenants dont le français n'est pas la langue maternelle. En effet, le risque est de focaliser l'attention sur ce nouveau vocabulaire et de passer ainsi à côté de l'objectif de compréhension de ce qu'est une addition ou une soustraction. De plus, la diversité du vocabulaire peut être également travaillée sans nombres.**

B. — **On introduit la transcription écrite** de la formulation orale que l'on vient de travailler. À ce stade, les opérations sont posées horizontalement. Cette transcription sert à transmettre un message clair, comme n'importe quelle phrase, et non à mettre en œuvre des mécanismes opératoires. La disposition verticale sera étudiée plus tard pour effectuer des opérations quand on ne peut pas le faire de tête et qu'on n'a pas de machine à calculer.

Cette transcription écrite suppose deux sortes d'acquisitions :

- Un vocabulaire spécifiquement mathématique : *calculer, effectuer une opération, une addition, une soustraction, un signe « plus », « moins », « égale », le résultat.*
- La connaissance du code écrit : +, —, =

Celle-ci n'est pas si évidente qu'on pourrait le croire. Il y a d'abord des difficultés d'ordre graphique pour distinguer les signes entre eux et savoir les dessiner.

On constate ensuite que les apprenants ne voient pas la nécessité d'écrire les signes. Même quand ils savent multiplier ou diviser, ils posent souvent les opérations sans marquer le signe. Parfois, face à des opérations écrites, ils sont incapables de lire « plus » ou « moins » et demandent quelle opération il faut effectuer.

Il faut, d'une part, que le formateur n'oublie pas lui-même d'écrire le signe, d'autre part, qu'il donne parfois des consignes par écrit sans les expliciter oralement.

La **Fiche 2** a pour objectif la connaissance du code écrit.

Voici les consignes que le formateur donne aux apprenants pour utiliser cette fiche :

- Lire chaque opération.
- Préciser à chaque fois : quelle est l'opération
quel est le signe
quel est le résultat.

On peut aussi trouver une situation correspondant à chaque opération.

<u>GT Maths</u> : **Les termes « opération », « signe », « résultats » doivent être bien compris pour pouvoir répondre correctement aux questions. Il ne s'agit cependant pas de focaliser le travail sur les termes, mais bien sur la compréhension de ce qu'est une addition ou une soustraction.**

Les **Fiches 3A** et **3B** permettent de travailler spécifiquement l'opposition des signes + et —.

Le signe = fait aussi problème. Pour le comprendre, il peut être utile de le travailler en opposition avec le signe ≠ qui signifie « inégal ». C'est ce que fait la Fiche 3B.

Cependant, il risque d'être compris simplement comme signifiant « ça fait ». Cela conduit à des erreurs d'écriture comme : 6 + 4 = 10 + 3 = 13.

Pour éviter ces erreurs, il est utile de travailler les **Fiches 4** et **5**.

<u>GT Maths</u> : **L'image de la balance à plateaux peut aider à comprendre le sens de l'égalité.**

C. — **On propose ensuite des problèmes semblables, mais avec des nombres plus difficiles.** Comme précédemment, le apprenant doit écrire l'opération horizontalement, mais cette fois avec un vide à droite du signe =.

Généralement, les capacités de calcul mental étant différentes dans un même groupe de apprenants, l'un pourra le faire de tête, l'autre ne pourra pas. Ceux qui ont déjà appris à faire l'opération par écrit le feront. On discute de tout cela avec les apprenants et c'est l'occasion de se mettre d'accord avec eux sur les objectifs : *calculer de tête, c'est bien, mais parfois ce n'est pas possible, nous pourrions utiliser une machine, mais le mieux c'est de savoir se débrouiller tout seul. Nous allons donc apprendre à faire les opérations par écrit. Mais il ne suffit pas de savoir faire l'opération, cela une machine peut le faire.* On dégage peu à peu une méthode pour résoudre un problème :

- Bien comprendre ce que j'ai entendu ou lu.
- Écrire l'opération qu'il faut faire.
- Effectuer l'opération.

Au fur et à mesure que se déroule le cours, on analyse les erreurs commises et on voit laquelle de ces trois phases n'a pas été respectée. Naturellement, cela ne se fait pas en une fois.

Voici un exemple de déroulement de leçon servant à introduire l'addition.

Cette leçon est présentée sous forme d'un dialogue entre le formateur et les apprenants. Ce dialogue est naturellement fictif, mais il montre quand même les étapes suivies :

— *Nous sommes combien dans cette pièce ?*
— *8.*
— *Et à côté ?*
— *9.*
— *Nous sommes combien en tout ?*
— *17.*
— *Comment vous avez trouvé ?*
— *On a compté dans la tête.*
— *Quelle opération vous avez faite ?*
ou bien
— *Vous avez fait une addition ou une soustraction ?*
— *Une addition.*
— *Est-ce qu'on peut l'écrire ?*

Après divers essais des apprenants, le formateur confirme la bonne écriture. On lit l'opération. On recommence la même démarche, juste en changeant les nombres.

Quand les apprenants (ou la plupart !) réussissent à écrire d'eux-mêmes l'opération, le formateur propose le problème suivant :

> *Dans une usine, il y 2 ateliers. Dans le premier, il y a 133 ouvriers, dans le second 195. Il y a combien d'ouvriers en tout ?*

Même si les apprenants ne savent pas trouver le résultat, on leur demande d'écrire l'opération. Le formateur conclut : l'addition, ça sert pour trouver réponse à ce problème. Nous allons donc apprendre à faire une addition.

3.5. — INTRODUIRE LES PROBLEMES DIFFICILES (PHASES 4 ET 6)

Cette démarche pour introduire l'addition et la soustraction se fait avec des problèmes simples, tels que nous les avons caractérisés à la section 3.2.

Cependant, une difficulté que nous avons soulignée réside dans le fait qu'une opération doit être connue par rapport à tous les types de situations et de problèmes dans lesquels elle peut être utilisée.

Chaque fois que l'on introduit une nouvelle utilisation d'une opération, on respecte la démarche proposée :

- Problème facile résolu à l'oral
- Transcription écrite
- Reprise du même problème avec des nombres difficiles.

On s'appuie à chaque fois sur les problèmes simples pour résoudre les complexes. Un exemple montrera ce que nous voulons dire par là, nous prendrons celui des situations où on ajoute, plus précisément le cas des prix H.T. (hors TVA) et T.T.C. (toutes taxes comprises).

Le problème simple aura été traité dès le début : *connaissant le prix H.T. et la T.V.A., calculer le prix T.T.C.* On transcrit les opérations, par exemple :

172 € + 28 € = 200 €

On pose ensuite le problème plus difficile : *retrouver le prix H.T. connaissant la T.V.A. et le prix T.T.C.* Il est intéressant de rapprocher ce problème du précédent de la manière suivante :

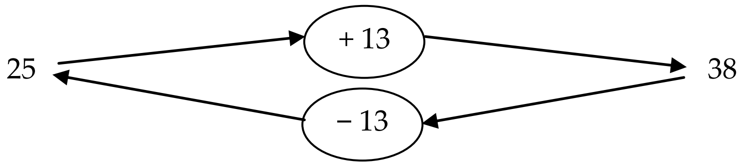
…… + 28 € = 200 €

<u>GT Maths</u> :	**C'est ce que l'on appelle parfois les « additions à trou », qui, selon Stella Baruk, ne trouvent tout leur sens qu'en lien avec la soustraction, ainsi que le CLAP le propose ci-dessous.**

Il s'agit donc de combler le trou à gauche de l'opération. Pour cela, on peut procéder par tâtonnement, de tête. On peut aussi faire une soustraction. On vérifie ensuite que les deux méthodes donnent le même résultat. On introduit ainsi la soustraction comme l'opération qui permet de boucher un trou dans une addition.

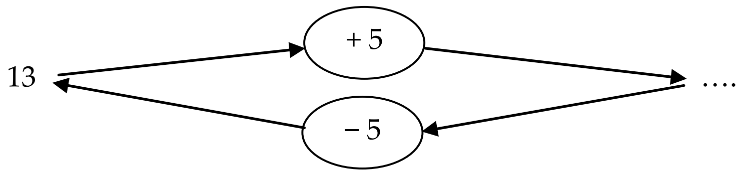
La **Fiche 6** permet de travailler ce point.

Une autre présentation peut aussi être utile :

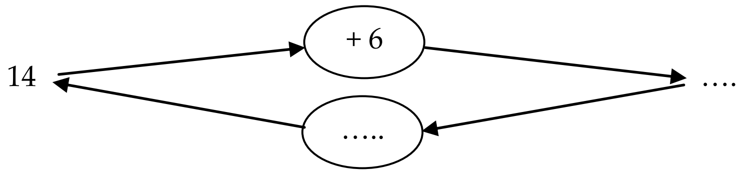


On voit clairement le rapport entre addition et soustraction. Les exercices faisant découvrir ce rapport pourront respecter la progression suivante :

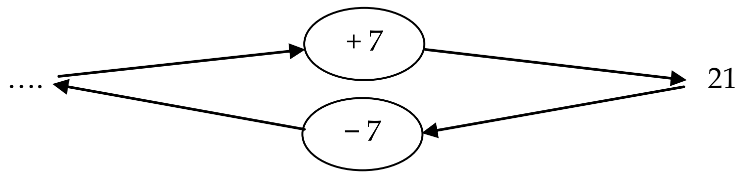
a.



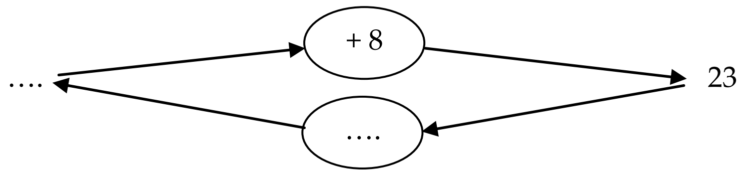
b.



c.



d.



La **Fiche 7** reprend le même exercice sous une autre forme.

3.6. — ENTRAINEMENT AU CALCUL MENTAL

Il s'agit de développer les techniques de développement mental qui sont souvent connues, au moins par quelques-uns.

On travaillera toujours en lien addition et soustraction.

Voici les étapes d'une progression possible :

- Nombres dont la somme est inférieure à 10 : 4 + 3 8 — 2

- Nombres dont la somme est 10 : 6 + 4 10 — 3

<u>GT Maths</u> : Il s'agit, ici, de se poser la question : Quel est le nombre qui, additionné avec 3, fait 10 ?

- Nombres dont la somme est comprise entre 11 et 18 : 7 + 8 14 — 6

<u>GT Maths</u> : Il s'agit, ici, de se poser la question : Quel est le nombre qui, additionné avec 6, fait 14 ?

Il est indispensable d'avoir une très bonne maîtrise de ces opérations de calcul mental, qui sont essentielles pour le maniement des retenues.

- Ajouter ou enlever un nombre inférieur à 10 :

sans retenue	34 + 4	42 — 2
avec retenue	45 + 6	52 — 6

- Ajouter ou enlever 10 : 53 + 10 74 — 10

- Ajouter ou enlever 10, 20, 30, etc. :

sans retenue	243 + 30	266 — 40
avec retenue	446 + 70	329 — 40

- Ajouter ou enlever un nombre de 2 chiffres :

44 + 57	92 — 35
en décomposant :	*en décomposant :*
44 + 7 = 51	92 — 5 = 87
51 + 50 = 101	87 — 30 = 57

<u>GT Maths</u> : D'autres manières de décomposer sont également possibles :

92 — 35 :	**92 — 30**
	62 — 5

- Ajouter ou enlever 100, 200, 300, etc. :

sans retenue	435 + 200	724 — 300
avec retenue	1 328 + 800	3 430 — 800

- Ajouter ou enlever un nombre de 3 chiffres :

832 + 186	724 — 346
en décomposant :	*en décomposant :*
832 + 100 = 932	724 — 300 = 424
932 + 80 = 1 012	424 — 40 = 384
1 012 + 6 = 1 018	384 — 6 = 378

- Ajouter ou enlever 9, puis 8 :

47 + 9	132 — 8
en décomposant :	*en décomposant :*
47 + 10 = 57	132 — 10 = 122
57 — 1 = 56	122 + 2 = 124

- Ajouter ou enlever un nombre terminé par 9 ou 8 :

54 + 29	143 – 58
en décomposant :	*en décomposant :*
54 + 30 = 84	143 — 60 = 83
84 — 1 = 83	83 + 2 = 85

- Ajouter ou enlever 90 ou 80 :

143 + 90	846 — 80
en décomposant :	*en décomposant :*
143 + 100 = 243	846 — 100 = 746
243 — 10 = 233	746 + 20 = 766

- Compléter un nombre de 2 chiffres jusqu'à 100 :

83 + … = 100
en décomposant :
83 + 7 = 90
90 + 10 = 100

- Compléter un nombre de 3 chiffres jusqu'à 1 000 :

256 + … = 1 000
en décomposant :
256 + 4 = 260
260 + 40 = 300
300 + 700 = 1 000

Le travail de calcul mental doit se faire régulièrement et à petites doses. Son animation n'est pas toujours facile. On peut faire alterner diverses méthodes.

- Question orale du formateur →réponse d'un apprenant →contrôle collectif
- Question orale du formateur →réponse écrite des apprenants
- Question écrite → réponse orale (voir **Fiche 8**)
- Question écrite → réponse écrite

Le recours à l'écrit pour poser la question ou donner la réponse n'exclut pas le calcul mental dans la mesure où l'opération se passe dans la tête.

<u>GT Maths</u> :	**Beaucoup d'autres progressions sont possibles pour aborder le calcul mental. L'essentiel est de structurer le travail afin que chaque apprenant puisse mettre en place des stratégies efficaces et qui lui conviennent.**

3.7. — ETUDE DES MECANISMES ECRITS

Nous proposons d'utiliser le même matériel qui a servi pour la numération, c'est-à-dire des symboles pour les unités, les dizaines, les centaines et des chiffres de grande taille sur des cartons. On peut choisir une couleur pour chaque type d'unité, la même couleur servant alors pour les symboles et pour les chiffres. En plus, il faut sur un carton le signe +, le signe —, et une barre d'opération.

<u>GT Maths</u> :	**Nous préférons le matériel « allumettes », qui permet de ne pas devoir remplacer une dizaine (▯) par 10 unités (□) ayant un format différent, mais de construire, avec le même matériel, l'unité (une allumette), la dizaine (un paquet de 10 allumettes) et la centaine (10 paquets de 10 allumettes).** **D'autres types de matériel existent également (matériel base 10, etc.) et peuvent être utilisés pour travailler l'addition et la soustraction. Il est possible, éventuellement, d'utiliser successivement plusieurs types de matériel pour bien faire comprendre l'addition et la soustraction.**

3.7.1. — Addition et soustraction sans retenue

L'objectif principal est d'apprendre la disposition verticale et de décomposer l'opération selon les unités, les dizaines et les centaines.

Pour cela, on propose des additions et des soustractions écrites horizontalement. On ne dépasse pas 4 chiffres. Dans un premier temps, les deux membres ont le même nombre de chiffres (63 — 21), dans un second temps, ils ont un nombre de chiffres différent (534 + 5).

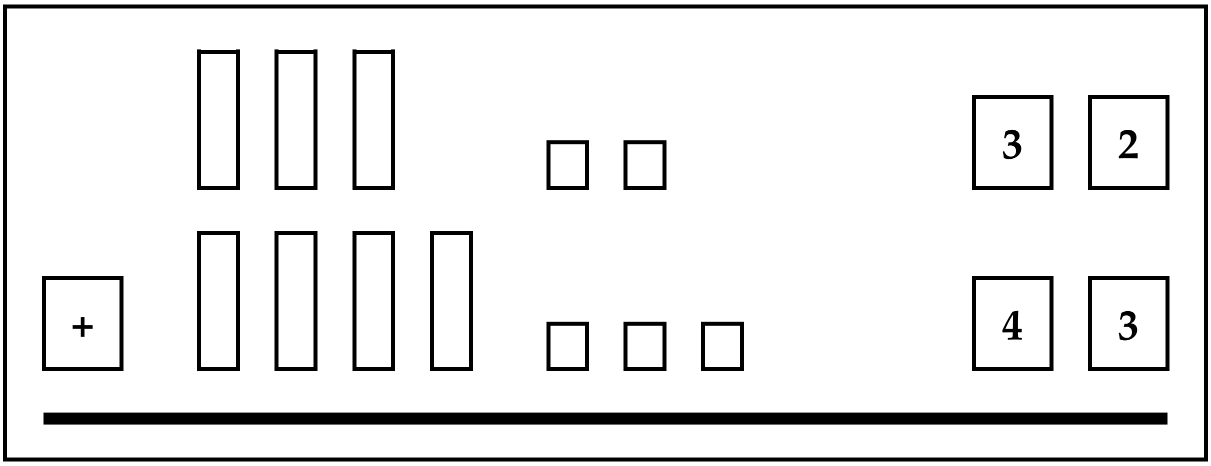
Puisqu'il n'y a pas de retenues, ces opérations s'effectuent facilement si la numération a bien été étudiée auparavant.

À noter qu'à cette étape, il est indifférent de commencer l'opération par les centaines ou par les unités, voire même par les dizaines.

<u>GT Maths</u> :	**Théoriquement, il n'y a jamais d'obligation de commencer par la droite. C'est souvent une question de propreté.**

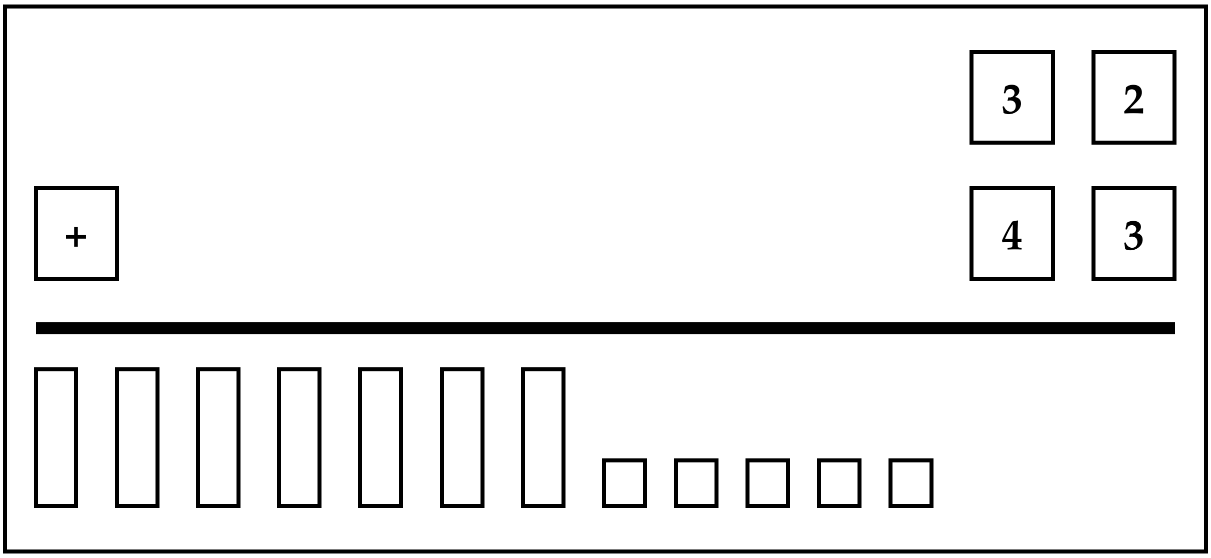
Au tableau de feutre[3], nous avons tout simplement :

(1) Disposition de l'opération

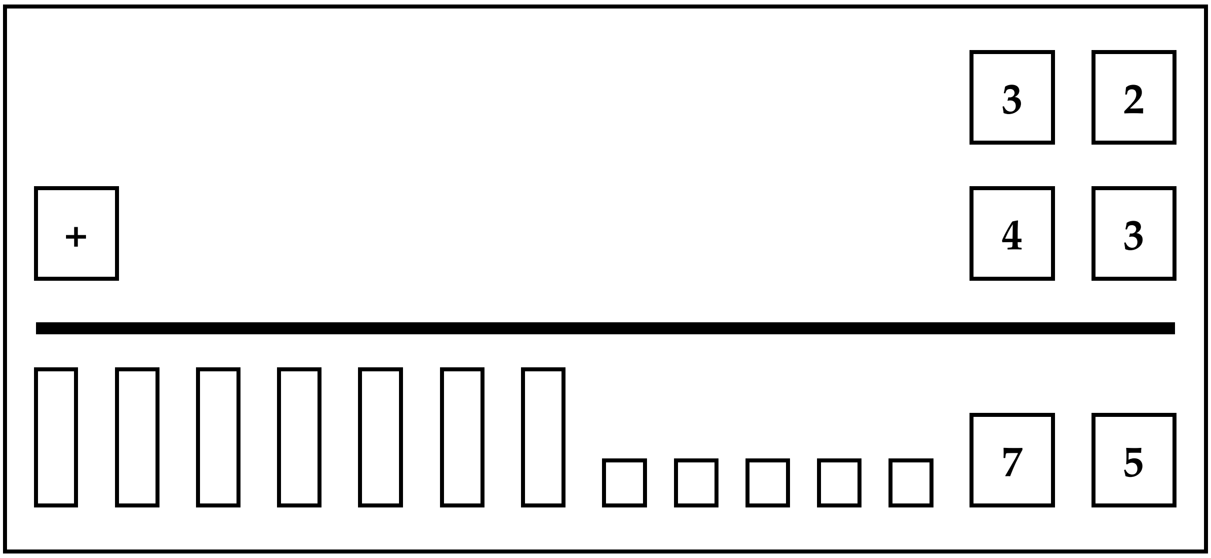


3. — <u>**GT Maths**</u> : Il existe aujourd'hui du matériel aimanté, notamment des bandes ou des feuilles de format A4, découpables selon les besoins.

(2) Groupement des unités, puis des dizaines



(3) Transcription du résultat en chiffres



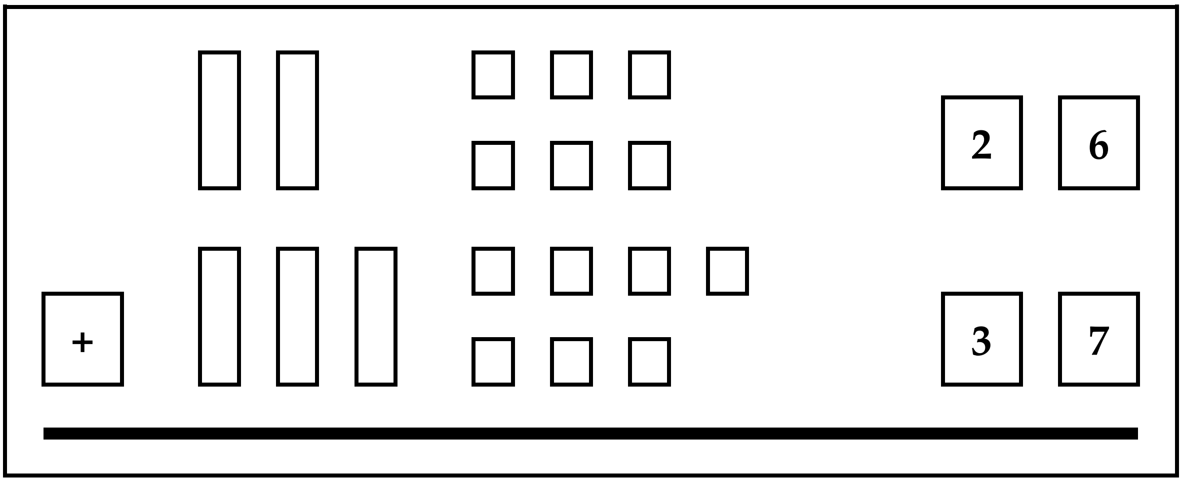
On reprend ensuite les mêmes phases au tableau noir.

3.7.2. — Addition avec retenue

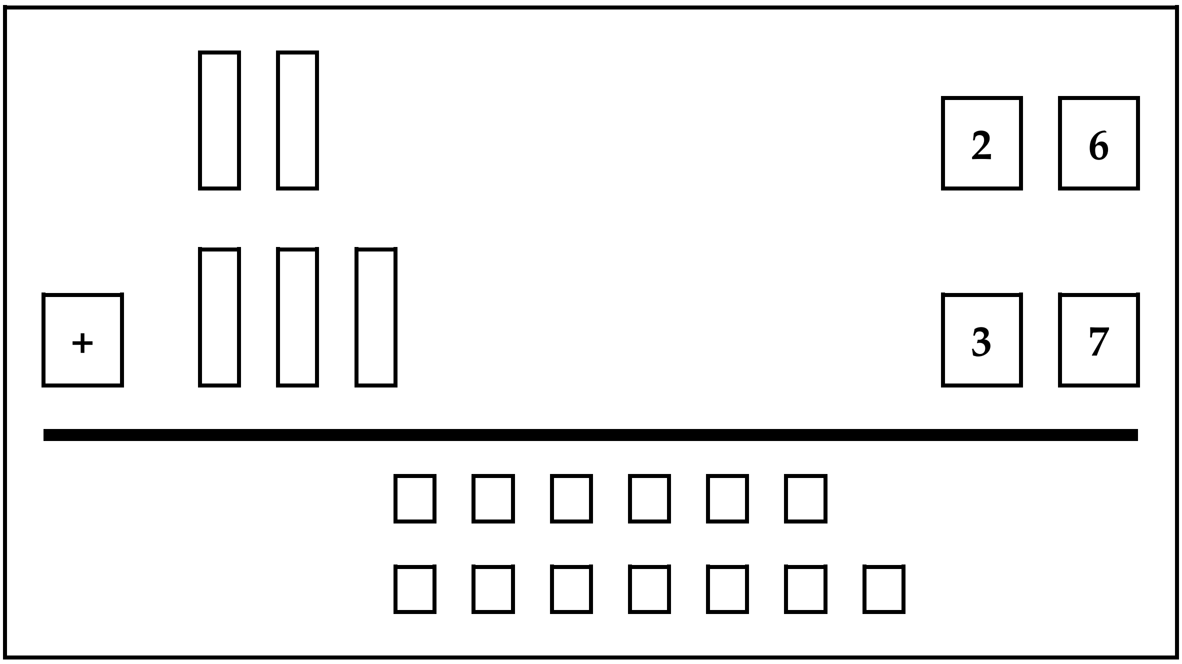
Si la numération a été bien étudiée, la retenue de l'addition ne pose pas de problèmes. Il faut en effet remplacer 10 unités par 1 dizaine, 10 dizaines par 1 centaine, etc.

Voici la démarche telle qu'on peut la suivre au tableau de feutre :

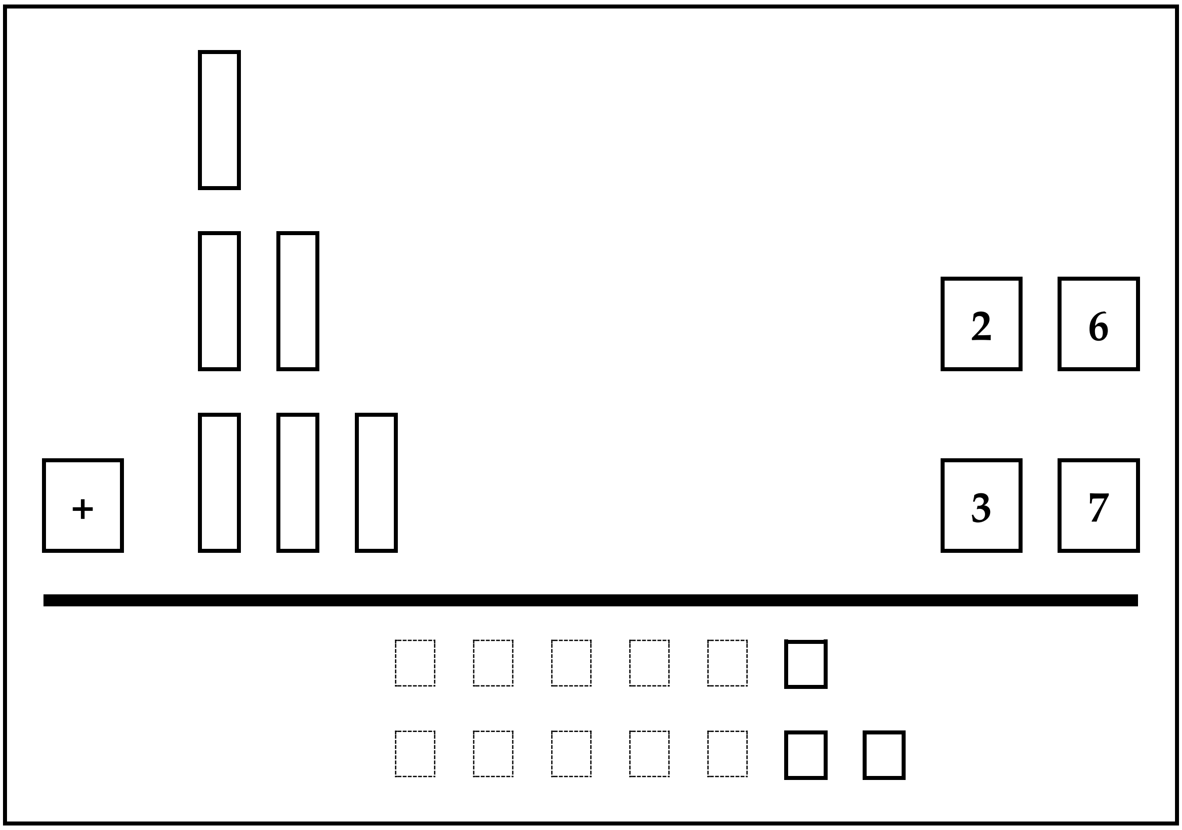
(1) On dispose l'opération sur le tableau



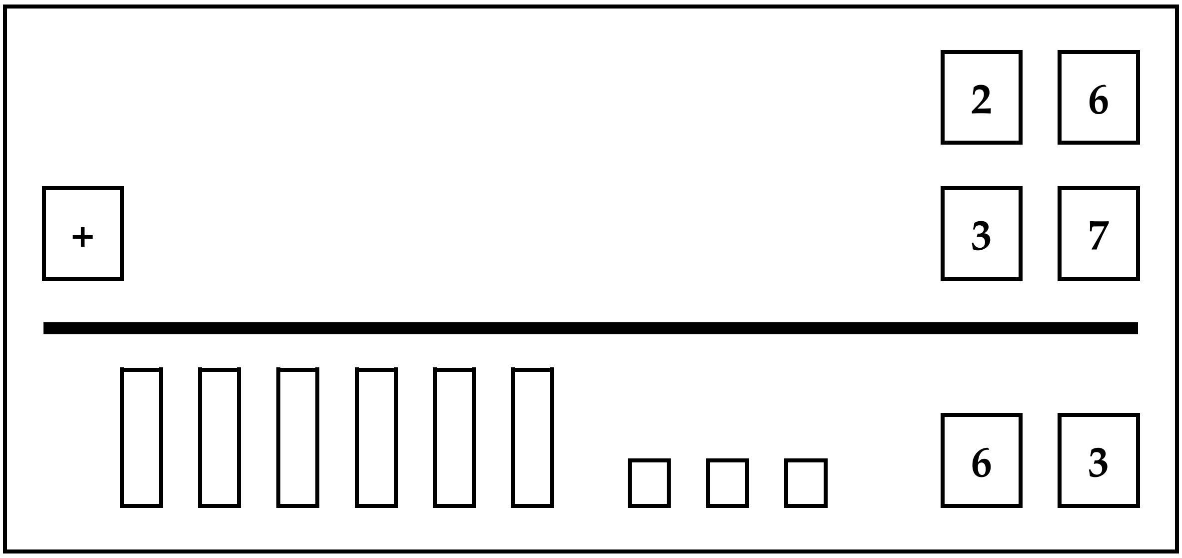
(2) On groupe les unités



(3) On substitue 1 dizaine à 10 unités



(4) On groupe les dizaines et on porte le résultat en chiffres



On reprend ensuite sur le tableau noir les mêmes phases :

- Groupement des unités
- Substitution de la dizaine, qu'on reporte en écrivant la retenue
- Groupement des dizaines

$$\begin{array}{r} \mathbf{\mathit{1}} \\ 2\ 6 \\ +\ 3\ 7 \\ \hline \mathbf{\mathit{6\ 3}} \end{array}$$

La progression dans l'étude des difficultés est la suivante :

- Additions avec des nombres de 2 chiffres (43 + 28)
- Additions avec des nombres de 3 chiffres, puis 4, 5, etc. (436 + 869)
- Additions avec plus de 2 nombres (ticket de caisse).

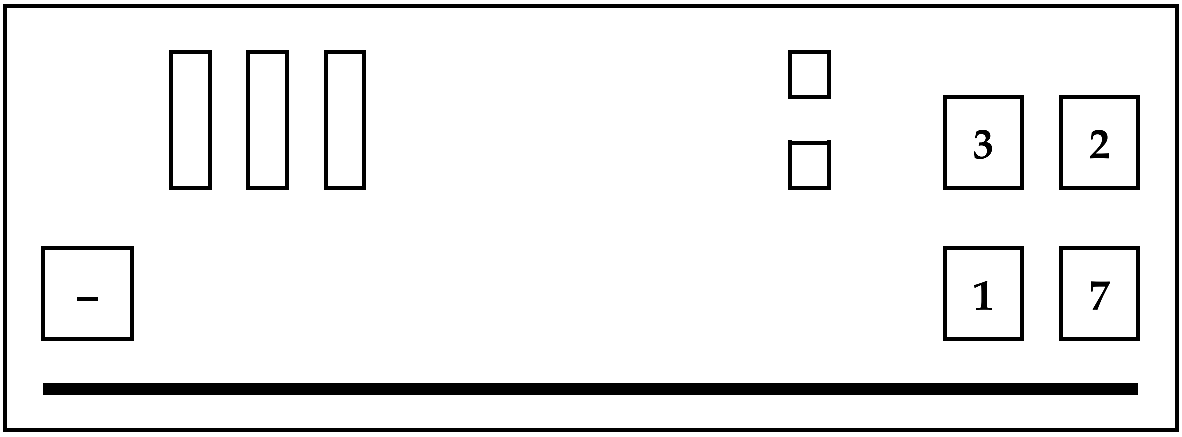
On tiendra compte des difficultés de 0, qui gênent parfois le apprenant, que ce soit dans un des termes de l'addition ou dans le résultat (par exemple : 410 + 302 ou 425 + 75).

3.7.3. — Soustraction avec retenue

Au tableau de feutre, on peut suivre la démarche suivante :

GT Maths :	**Attention, les exemples de démarches ci-dessous ne doivent pas être photocopiés et distribués aux apprenants. La manipulation et la verbalisation de ce qui est fait sont, en effet, extrêmement importantes, afin de bien comprendre les différentes étapes.**

(1) On présente l'opération

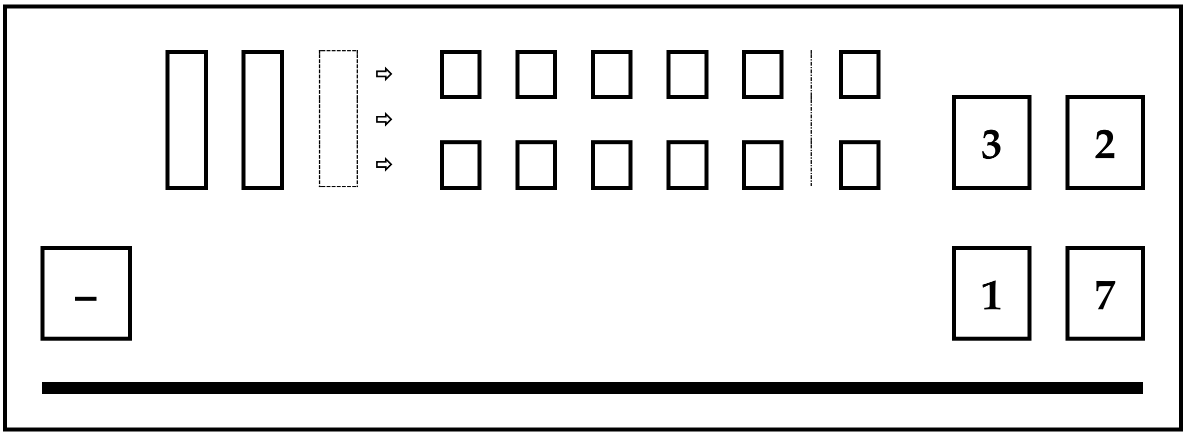


GT Maths : Attention, lorsque l'on représente une addition avec du matériel concret, les deux nombres ont leur représentation concrète :

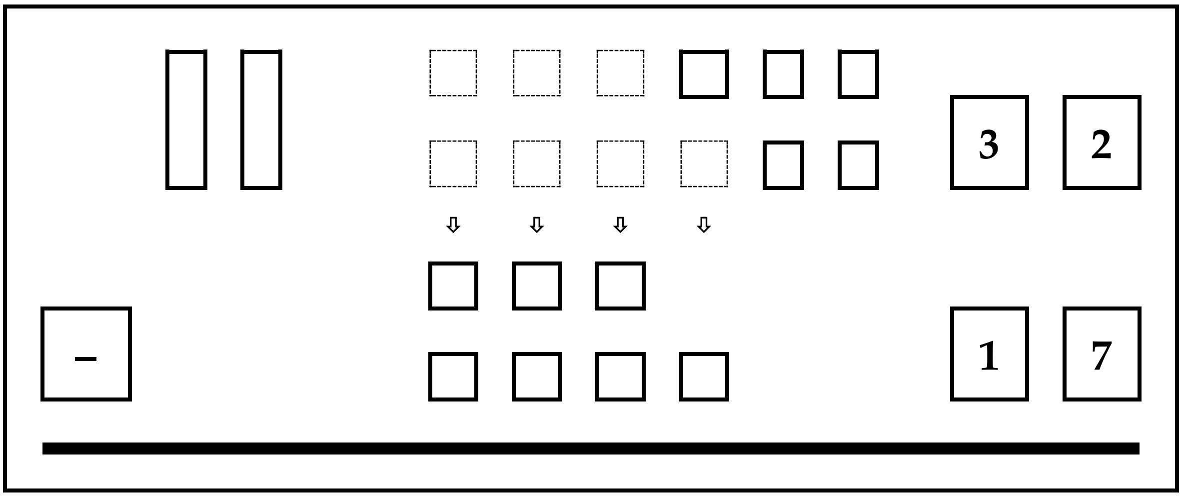
	▯▯▯	□□	**32**
+	▯	□□□□□□□	**17**

Ce n'est plus le cas dans la soustraction-retrait, puisque le second nombre (dans ce cas : 17) est censé être contenu dans le premier (dans ce cas : 32).

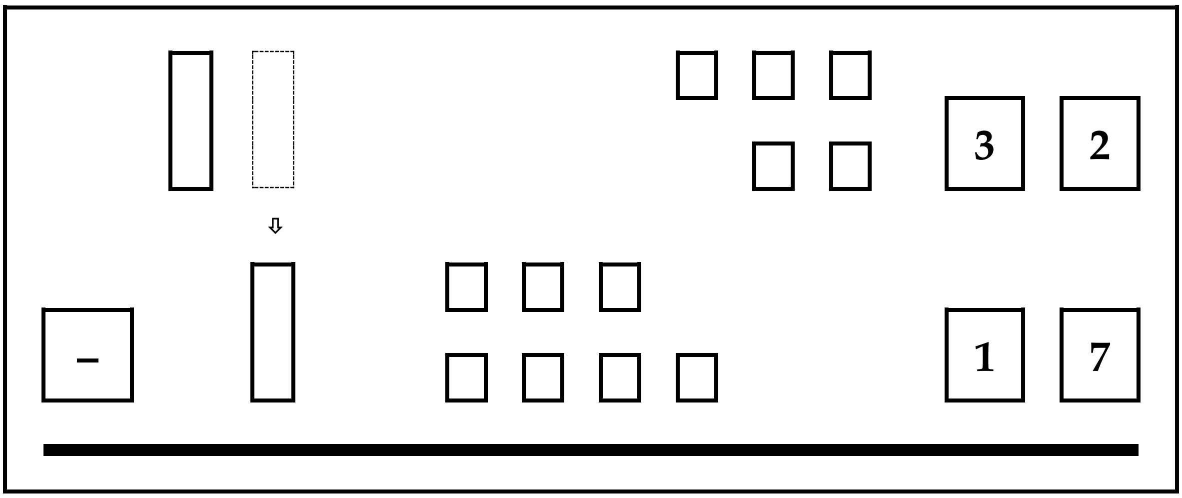
(2) On effectue la transformation d'une dizaine en 10 unités



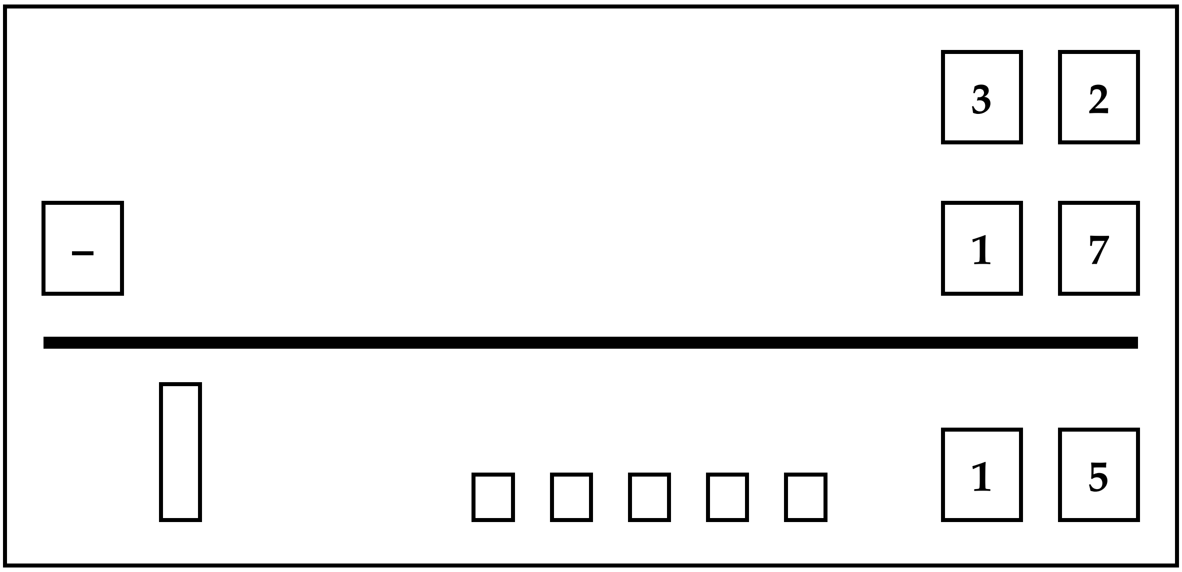
(3) On enlève les unités **GT Maths : en les déplaçant à la ligne du dessous**



(4) On enlève les dizaines



(5) On reporte le résultat, qu'on transcrit en chiffres



On reprend ensuite par écrit :

- On transforme une dizaine en unités

$$\begin{array}{rr} 3 & 2 \\ \mathit{2} & \mathit{1}2 \\ \underline{-1} & \underline{7} \end{array}$$

- On enlève les unités ; on enlève les dizaines

$$\begin{array}{rr} 3 & 2 \\ \mathit{2} & \mathit{1}2 \\ \underline{-1} & \underline{7} \\ \mathbf{1} & \mathbf{5} \end{array}$$

Cette écriture est la plus proche de la manipulation au tableau de feutre.

- On peut également procéder par rature

$$\begin{array}{rr} \mathit{2}\cancel{3} & \mathit{1}2 \\ \underline{-1} & \underline{7} \end{array}$$

Mais la surcharge n'est pas très belle.

- On peut enfin indiquer la retenue

$$\begin{array}{rr} 3 & \mathit{1}2 \\ \boldsymbol{-1} & \\ \underline{-1} & \underline{7} \end{array}$$

ou tout simplement

$$\begin{array}{r} 3\ 2 \\ \boldsymbol{\mathit{-1}} \\ \underline{-1\ 7} \end{array}$$

GT Maths : Il s'agit ici d'une transposition écrite qui a sa cohérence, mais d'autres transpositions sont également possibles.

Quand ce mécanisme est bien compris, on peut facilement faire glisser la retenue en bas, en effet : (4 – 1) – 2 = 4 – (1 + 2).

La présence de 0 dans le premier terme est source de difficultés. Soit l'exemple 5 000 – 326. La présentation que nous proposons donne :

$$\begin{array}{rr} 5\,0\,0 & 0 \\ \mathbf{4\,9\,9} & \mathbf{10} \\ \underline{-\quad 3\,2} & \underline{6} \end{array}$$

La nécessité de « faire remonter » la retenue pose problème. Dans un cas comme celui-là, il est plus simple de savoir ajouter la retenue en bas.

La progression dans l'étude des difficultés est la suivante :

— soustractions avec des nombres de 2 chiffres (47 – 17)
— soustractions avec des nombres de 3 chiffres, puis 4, 5, etc. (724 – 167)
— soustractions avec des difficultés de 0
  dans le résultat (427 – 387)
  dans le 2e terme (843 – 100)
  dans le 1er terme (800 – 137).

3.8. — LES PROBLEMES (PHASES 3, 5, 7 ET 8)

Dans la vie quotidienne comme dans la vie professionnelle, les problèmes ne sont jamais posés comme dans les manuels. Nous nous trouvons en face de toutes sortes de données qui se présentent de façon confuse. Il faut donc commencer par les comprendre et les analyser. En fonction du problème posé, il faut :

- sélectionner les éléments significatifs,
- leur donner une valeur chiffrée plus ou moins précise,
- poser la ou les questions utiles,
- vérifier et discuter le résultat.

Ceci n'est pas le schéma transmis aux formateurs par leur scolarisation. Habituellement, c'est le formateur qui pose le problème, fournit les données, juge la réponse (unique). Face à cela, l'apprenant doit trouver « la bonne formule » et l'appliquer, même si le résultat ne correspond pas à la réalité. Les apprenants attendent eux aussi un tel fonctionnement. Pour lutter contre cette démarche, il faudra :

- partir d'une situation connue et intéressante,
- déterminer les données nécessaires,
- déterminer les différentes questions que la situation peut fournir,
- discuter les différentes méthodes de résolution,
- évaluer la valeur du résultat.

Dans cet état d'esprit, nous présenterons un certain nombre de problèmes à titre d'exemples.

3.8.1. — Exemple 1. Travail à l'intérieur d'une situation : l'âge

1re phase : calculer l'âge (l'exemple se situe en 1999)

Le formateur : *C'est mon anniversaire. Quel âge j'ai ?*
Chacun donne son appréciation.
Si on veut être sûr, qu'est-ce qu'il faut savoir ?
Il faut connaître la date de naissance.
Le formateur montre son permis de conduire à un apprenant, qui transmet l'information au groupe : 1952.
Chacun essaie de calculer.
Comment avez-vous trouvé ?
Chacun expose sa méthode :

Certains ont posé par écrit : 99 – 52 = 47

D'autres ont trouvé de tête :
52 + 8 = 60
60 + 39 = 99
39 + 8 = 47

Un autre a calculé par rapport à sa date de naissance : *Je suis né en 1942, j'ai 57ans. Tu es né 10 ans après, tu as 47 ans.*

On fait écrire les opérations effectuées par chacun :

99 – 52 = 47
52 + … = 99
52 – 42 = 10
57 – 10 = 47

On recommence alors en demandant à un apprenant de nous faire calculer son âge, s'il en a envie. Il doit donc fournir la donnée nécessaire. On accumule ainsi quelques exemples.

<u>GT Maths</u> :	**Attention à l'année qui sert de référence pour le problème. En effet, 2011 – 1952 est plus complexe à réaliser que 1999 – 1952. Si on utilise l'année de référence 2011, on peut, dans ce cas-ci, calculer, par exemple, l'âge d'enfants nés après 2000.**

On insiste à chaque fois pour montrer le lien entre le calcul de tête et le calcul par écrit. De tête, on cherche par tâtonnement à compléter l'addition : 52 + … = 99. L'opération écrite qui permet de boucher le trou, c'est une soustraction : 99 – 52 = … On amène donc ceux qui ne savent pas utiliser la soustraction à l'utiliser. Inversement, on vérifie le résultat de ceux qui ont fait une soustraction en posant l'addition correspondante. On en profite à chaque fois pour revoir les mécanismes opératoires. On demande à tous de poser les opérations, même s'ils ne savent pas les effectuer.

2e phase : calculer la date de naissance

Le formateur : *Mon père a 63 ans. Quand est-ce qu'il est né ?*
Après discussion, on souligne les deux méthodes :

- de tête : … + 63 = 99
- par écrit : 99 – 63 = 36

Avec l'aide des apprenants, on multiplie encore les exemples, en soulignant à chaque fois les liens entre les deux opérations.

3e phase : calculer la date de la mort de quelqu'un ou celle d'un événement

On propose des problèmes du type suivant :

> *Mon grand-père est né en 1930. Il a 4 enfants. Il est mort à 75 ans, 3 ans avant sa femme. Il est mort en quelle année ?*

Ou bien :

> *En quelle année seras-tu à la retraite ?*

Dans le premier cas, il faut éliminer des données inutiles ; dans le second cas, il faut chercher les données utiles : la date de naissance, l'âge de la retraite. Il y a en outre une possibilité de discussion : la retraite sera-t-elle toujours à 65 ans ? La valeur de la réponse dépend donc de cette donnée.

4e phase : récapitulation systématique

On propose de remplir le tableau suivant :

Date de naissance	Âge lors de la mort	Date de la mort	Opération (+, –)
1932		1989	
1953	54		
	49	1978	
1938		2008	

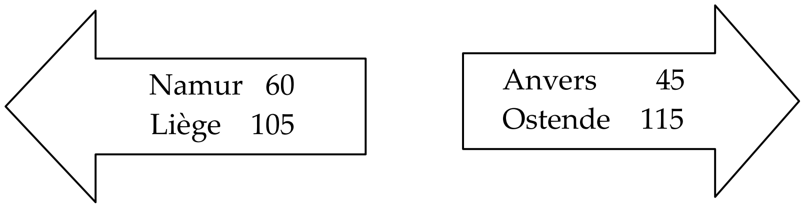
On commence par un travail oral. Qu'est-ce que l'on sait, qu'est-ce que l'on cherche ? Les apprenants découvrent que la case vide correspond à une question. On remplit alors le tableau avec l'opération.

On demande ensuite à un apprenant de poser une question et à un autre de remplir le tableau en laissant la case vide pour la question. On peut finir par des exercices purement numériques proches de la **Fiche 6.**

Les **Fiches 9** et **10** constituent l'aboutissement de démarches semblables.

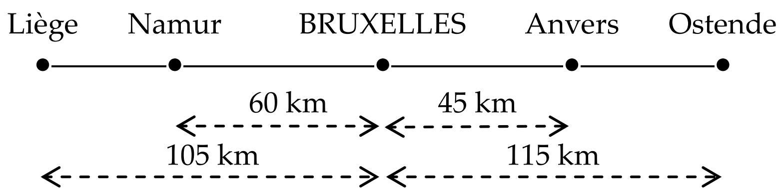
3.8.2. — Exemple 2. Travail sur un support : la distance entre les villes

Les apprenants disposent de la carte de Belgique schématisée[4] et du schéma suivant :



La démarche est alors la suivante :

(*a*) Lire les pancartes, les commenter. Où pourrait-on être ? À Bruxelles.
(*b*) Situer les villes sur la carte de Belgique.
(*c*) Tracer la route entre les villes.
(*d*) Faire un schéma en notant ce que l'on sait.



La réalisation de ce schéma est l'occasion de discussions : on met les villes sur une seule ligne ; pourtant, elles ne sont pas alignées, mais c'est plus facile à dessiner, c'est plus simple à lire. C'est ainsi que sont schématisés les itinéraires de bus. Pour situer les villes, il faut tenir compte de l'échelle. Selon le groupe, on peut soit se contenter d'approximations, soit se donner une règle : 1 carreau pour 20 km. Le tracé des lignes qui correspondent aux distances pose aussi un problème. Le formateur dessine la première et demande aux apprenants de dessiner les autres.

(*e*) Se mettre d'accord sur les questions. On essaie par oral de se poser des questions sur les distances qui ne sont pas indiquées sur le schéma. Si on veut calculer Liège–Ostende, on peut se demander si la route passe nécessairement par Bruxelles. En regardant la carte, on cherche un autre itinéraire possible. On discute sur les avantages respectifs : qualité des routes et des autoroutes, risques d'embouteillages, longueur, etc. Le calcul de la distance entre Liège et Ostende correspond donc à un choix.

(*f*) On reporte la question sur le schéma en reliant d'un trait courbe les villes concernées.

(*g*) Chacun cherche les résultats. On montre ensuite le lien entre addition et soustraction. Si on calcule de tête la distance entre Liège et Namur, on procède en gros ainsi :

---

4. — **GT Maths** : Proposer une carte schématisée où il n'y a que les 4 villes mentionnées sur les panneaux et 3 autres propositions dont Bruxelles, qui est la bonne réponse, et Arlon et Bruges, qui ne correspondent pas aux données.

De 60 à 100, ça fait 40 km
40 et 5, ça fait 45 km.

On a donc en fait effectué l'addition suivante : 60 + 45 = 105.

Mais on a deviné 45. Si l'on veut faire directement l'opération écrite, il faut poser une soustraction : 105 – 60 = …

(*h*) Composer un tableau à double entrée où l'on reporte les résultats[5] :

	Liège	Namur	Bruxelles	Anvers	Ostende
Liège	0	45	105	150	220
Namur	45	0	60	105	175
Bruxelles	105	60	0	45	115
Anvers	150	105	45	0	70
Ostende	220	175	115	70	0

En commentant la symétrie de ce tableau, on rappelle la commutativité de l'addition.

(*i*) Une suite possible consiste à faire compléter le tableau de la **Fiche 11**.

3.9. — COMMUTATIVITE (PHASE 9a)

Il est important que les apprenants sachent que $a + b = b + a$ et que $a - b$ n'est possible que si a est plus grand que b. Il faut donc profiter de toutes les occasions pour montrer ces deux propriétés. On le fera donc dès l'introduction, puis à l'occasion des différents problèmes.

Dans les explications fournies sur l'addition, il faut faire attention que c'est l'opération qui est commutative et non pas la situation. Dans le cas du compteur, par exemple, le nombre de kilomètres inscrits au compteur au départ et le nombre de kilomètres effectués ont des fonctions différentes et ne peuvent pas être intervertis quand on schématise la situation dans un tableau comme le suivant :

Km au départ	Km effectués	Km à l'arrivée

En revanche, quand on effectue l'opération, on peut intervertir les nombres. Il est intéressant de faire prendre conscience de cette différence aux apprenants.

La non-commutativité de la soustraction apparaît à première vue évidente. Il est impossible de dépenser plus d'argent qu'on n'en a dans son porte-monnaie. Toutefois, l'erreur est souvent commise dans le cours d'un problème, en particulier de comparaison (voir la **Fiche 10**, par exemple). Avec un groupe avancé, on peut aller plus loin dans la réflexion et

5. — **GT Maths** : Préalablement, il peut être judicieux de proposer un exercice plus simple en n'utilisant que 3 villes : Namur comme ville de référence, Arlon située à 140 km de Namur et Bruxelles située à 60 km de Namur. Cela donnerait un tableau à double entrée plus simple.

introduire les nombres négatifs avec, par exemple, un solde de compte en banque ou la température.

3.10. — ENCHAINER LES OPERATIONS (PHASE 9b)

Il s'agit ici des règles suivantes :

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$
$$(a - b) - c = a - (b + c)$$
$$(a + b) - c = a + (b - c)$$
$$(a - b) + c = (a + c) - b$$

Les situations qui permettent de travailler ces propriétés sont :

— l'évolution d'un compte en banque
— l'évolution d'un stock pour un magasinier
— les voyageurs dans un bus, avec les montées et les descentes à chaque arrêt
— l'évolution de la population d'un pays, avec les morts et les naissances.

Pour présenter ces situations, on peut recourir au schéma suivant :

15 ------- + 3 ---------- – 5 ---------- + 4 -------> 17

Voici quelques exemples de problèmes avec leur schématisation.

Dans un bus, 15 personnes partent en tête de ligne. Au premier arrêt, 3 personnes montent, au deuxième, 2 descendent et 9 montent, au troisième, 3 descendent et 4 montent, etc. Combien y a -t-il de personnes à l'arrivée ?

15 ------ + 3 ------ – 2 ------- + 9 ------ – 3 ------- + 4 ------> ?

Sur mon compte en banque, en fin de mois, j'ai 1 210,53 €[6]*. J'ai fait 3 fois des courses, au cours desquelles j'ai dépensé 10,30 €, 15,67 € et 31,45 €. J'ai touché mon salaire de 1 356 €. J'ai touché 75 € de remboursement par un ami et fait un chèque de 72,30 €. Combien est-ce que j'avais sur mon compte au début du mois ?*

? → $\boxed{— 10{,}30}$ → $\boxed{— 15{,}67}$ → $\boxed{— 31{,}45}$ → $\boxed{+ 1\ 356}$ → $\boxed{+ 75}$ → $\boxed{— 72{,}30}$ → 1 210,53

Plusieurs méthodes de résolution sont possibles : on peut effectuer toutes les opérations successivement, comme elles se présentent. On peut aussi regrouper toutes les soustractions et toutes les additions. Soit le problème suivant :

J'avais sur mon compte 1 375 €. J'ai fait un chèque de 153 €, puis un chèque de 322 €, puis un chèque de 73 €. Il me reste combien sur mon compte ?

a. 1 375 — 153 = 1 222

6. — **GT Maths** : Dans un premier temps, il est peut-être plus judicieux d'utiliser des nombres sans virgule ou, tout au moins, des chiffres ronds. Toutes les situations problèmes proposées ici sont bien des exemples pour le formateur, qui ne doivent pas forcément être utilisés tels quels.

1 222 — 322 = 900
900 — 73 = 827

b. 153 + 322 + 73 = 548
1 375 — 548 = 827

Pour se familiariser avec ce type de remplacement de deux opérations par une seule, on peut travailler la **Fiche 13**.

Le tableau de la **Fiche 14** fournit aussi l'occasion de travailler l'associativité. On peut, sur le même modèle, faire un budget annuel, en additionnant par colonnes et par lignes et en vérifiant son résultat.

3.11. — TABLEAUX DE NOMBRES (PHASE 9c)

Soit le problème suivant :

Tous les salaires ont augmenté uniformément de 75 €. Calculez les nouveaux salaires pour les catégories suivantes :

Catégorie 1 : 732 €
Catégorie 2 : 954 €
Catégorie 3 : 1 137 €
Catégorie 4 : 1 435 €
Catégorie 5 : 1 894 €.

Il est intéressant de schématiser ainsi :

+ 75

Ancien salaire	Nouveau salaire
732	
954	
1 137	
1 435	
1 894	

— 75

Quand le tableau est rempli, on fait apparaître que, pour passer du nouveau à l'ancien salaire, il faut poser l'opération inverse.

Pour s'entraîner à remplir de tels tableaux, on peut utiliser la **Fiche 15**.

3.12. — ENSEMBLES AYANT UNE INTERSECTION (PHASE 9d)

Généralement, toutes les situations d'addition qu'on propose portent sur des ensembles disjoints. Pourtant, les données telles qu'elles sont fournies par la vie quotidienne ne sont pas toujours aussi claires. Ayant à chercher l'effectif total des salariés d'une entreprise, on peut ne connaître que le nombre de femmes et celui des ouvriers. On est alors dans l'impossibilité d'effectuer une addition.

Conformément à l'axe méthodologique qui nous amène à ne pas centrer l'attention des apprenants uniquement sur les nombres, il nous paraît intéressant de proposer des situations où l'essentiel est l'établissement de données rendant possible une addition ou une soustraction.

On pose un problème comme le suivant :

> *Dans un groupe, 7 apprenants ont des garçons, 8 apprenants ont des filles. Combien y a-t-il de apprenants dans le groupe ?*

La discussion s'engage. On s'aperçoit qu'on ne peut pas répondre de façon précise, car il manque des données. On peut juste dire qu'il y a **au moins** 8 apprenants. On cherche les données manquantes :

- Y a-t-il des apprenants qui n'ont pas d'enfant ? Combien ?
- Y a-t-il des apprenants qui ont en même temps des garçons et des filles ?

Ces données sont suffisantes pour répondre à la question. La deuxième peut être remplacée par deux autres renseignements :

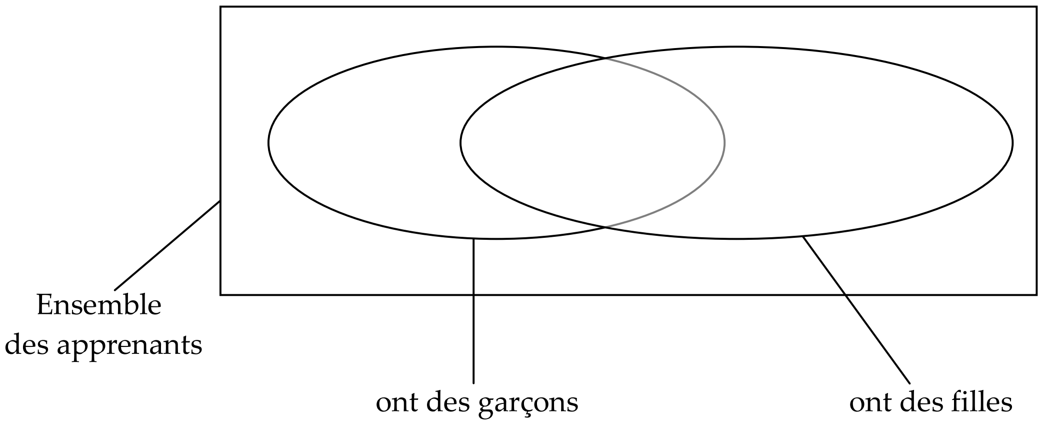
- Combien de apprenants ont seulement des filles ?
- Combien de apprenants ont seulement des garçons ?

La clarification de ces données est un travail assez difficile. Pour y parvenir, on peut procéder ainsi :

On propose aux apprenants des fiches présentant chacune une situation familiale. On peut en avoir, par exemple, dix présentant tous les cas possibles :

- Ni garçon ni fille
- Seulement des garçons
- Seulement des filles
- Des garçons et des filles

On demande de classer ces fiches en deux colonnes : ceux qui ont des garçons, ceux qui ont des filles. On s'aperçoit qu'on doit mettre certaines fiches à cheval sur deux colonnes, que d'autres sont impossibles à placer. On propose donc la présentation en « patates ».



On peut alors situer chacun.

Une autre possibilité de classement consiste à mettre d'un côté ceux qui ont des garçons, de l'autre ceux qui n'en ont pas. En procédant de la même façon pour les filles, on aboutit au tableau suivant :

	Ont des garçons	N'ont pas de garçons
Ont des filles		
N'ont pas de filles		

Là aussi, on peut facilement classer chacun.

Il est très facile de jouer, à l'intérieur de ces situations, entre toutes les données et toutes les questions possibles. C'est particulièrement intéressant dans la mesure où les nombres sont très simples. Toute la difficulté réside dans le raisonnement.

3.13. — LES NOMBRES COMPLEXES (PHASE 9e)

On appelle ainsi les nombres qui indiquent les heures, minutes, secondes. Ils présentent la difficulté de ne pas fonctionner totalement selon le système décimal, mais plutôt sur une base 60. Cette difficulté peut être l'occasion de revoir le principe de la retenue, aussi bien pour l'addition que pour la soustraction, et de l'expliciter pour ceux qui en ont une pratique mécanique.

En effet, pour l'addition :

$$\begin{array}{rr} & 3\text{ h }54\text{ mn} \\ + & 7\text{ h }17\text{ mn} \end{array}$$

On groupe les minutes comme on groupait les unités pour une addition décimale. On a donc : 54 + 17 = 71 mn.

Ensuite, on groupe les minutes par 60 et on substitue 1 heure à 60 minutes, comme on substituait 1 dizaine à 10 unités.

De même, pour la soustraction :

$$\begin{array}{r} 7\text{ h }24\text{ mn} \\ -\quad 2\text{ h }39\text{ mn} \end{array}$$

On remplace une heure par 60 mn, comme on remplaçait une dizaine par 10 unités.

On réécrit donc le nombre 7 h 24 mn en 6 h 84 mn, comme on réécrivait 6 dizaines 2 unités en 5 dizaines 12 unités. Ainsi le travail sur les nombres complexes, outre l'intérêt qu'il présente pour savoir traiter des situations où il y a des heures à calculer, permet de revoir par comparaison le fonctionnement du système décimal.